значение $C_0 = \sqrt{2\pi}$, что приводит при $a \to +\infty$ к классической асимптотической формуле Стирлинга

$$\Gamma(a+1) \sim \sqrt{2\pi a}\left(\frac{a}{e}\right)^a.$$

Литература

1. Фихтенгольц Г. М. *Курс дифференциального и интегрального исчисления.* Т. II. М., 1982.

К ВОПРОСУ О ГЛОБАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ ЛЯПУНОВА ЧЕТЫРЕХМЕРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ЛОКАЛЬНО ИНТЕГРИРУЕМЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А.Д. Бурак , А.А. Козлов

Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь
burakad@inbox.ru, kozlovaa@tut.by

Рассмотрим линейную нестационарную управляемую систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$

с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными матрицами коэффициентов. Замыкая систему (1) при помощи линейной обратной связи $u = U(t)x$, где U — некоторая ограниченная и измеримая $(m \times n)$-матрица, получим однородную систему

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geqslant 0, \tag{2}$$

матрицы коэффициентов которой также локально интегрируемы и интегрально ограничены. Известно, что в этом случае система (2) имеет конечные показатели Ляпунова [1, с. 245] $\lambda_1(A+BU) \leqslant \ldots \leqslant \lambda_n(A+BU)$.

Задача о построении для системы (1) обратной связи $u = U(t)x$, которая обеспечивает выполнение равенств $\lambda_i(A+BU) = \mu_i$, $i = \overline{1,n}$ для произвольных заранее заданных вещественных чисел $\mu_1 \leqslant \ldots \leqslant \mu_n$, называется задачей глобального управления характеристическими показателями Ляпунова [2, с. 184]. Далее введем определение, необходимое в работе.

Система (1) называется *равномерно вполне управляемой*, если существуют такие числа $\sigma > 0$ и $\gamma > 0$, что при любых $t_0 \geqslant 0$ и $x \in \mathbb{R}^n$ на отрезке $[t_0; t_0+\sigma]$ найдется измеримое и ограниченное управление u, при всех $t \in [t_0; t_0+\sigma]$ удовлетворяющее неравенству $\|u(t)\| \leqslant \gamma\|x_0\|$ и переводящее вектор начального состояния $x(t_0) = x_0$ системы (1) в нуль на этом отрезке.

В рамках такого подхода целым рядом авторов были получены различные условия управляемости характеристических показателей Ляпунова линейных нестационарных систем, бо́льшую часть из которых монография [2]. Однако применение предложенного авторами монографии подхода даже в случае систем (2) с кусочно-непрерывными и ограниченными коэффициентами может приводить к неограниченному росту нормы искомого управления U на положительной полуоси, что, исходя из постановки задачи, является недопустимым. В связи с этим возникла задача обобщения результатов, содержащихся в вышеуказанной монографии, на более широкий класс систем

(2), например, систем с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами.

А. А. Козловым в статье [3] на основании иного, чем у Е. К. Макарова и С. Н. Поповой, подхода была доказана глобальная управляемость показателей Ляпунова двумерных систем вида (2) с вышеуказанными коэффициентами в случае равномерной полной управляемости соответствующей системы (1), а позднее, в цикле работ [4, 5], им, совместно с А. Д. Бураком, эти результаты были распространены и на трехмерный случай систем (2).

Обобщая этот подход, авторами данной работы установлено следующее утверждение.

Теорема. *Пусть* $n = 4$, $m \in \{1, \ldots, 4\}$. *Если система* (1) *с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема, то показатели Ляпунова соответствующей замкнутой системы* (2) *глобально управляемы.*

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования (грант Министерства образования № 20130402.)

Литература

1. Былов Б. Ф., Виноград Р. Э., Гробман Д. М., Немыцкий В. В. *Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости.* М.: Наука, 1966. 576 с.

2. Макаров Е. К., Попова С. Н. *Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем* Мн.: Беларус. навука, 2012. 407 с.

3. Козлов А. А. *Об управлении показателями Ляпунова двумерных линейных систем с локально-интегрируемыми коэффициентами* // Дифференц. уравнения. 2008. Т. 44, № 10. С. 1319–1335.

4. Козлов А. А., Бурак А. Д. *О существовании линейно-независимых направлений движения для равномерно вполне управляемой трехмерной линейной системы с локально интегрируемыми коэффициентами* // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. 2013. № 3(75). С. 29–45.

5. Козлов А. А., Бурак А. Д. *Об управлении характеристическими показателями линейных дифференциальных систем с разрывными и быстро осциллирующими коэффициентами* // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. 2013. № 5(77). С. 11–31.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ В КЛАССЕ ИМПУЛЬСНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Во Тхи Тань Ха

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
thanhhavothi229@gmail.com

Рассматривается линейная задача оптимального управления в реальном времени в классе многомерных импульсных управляющих воздействий:

$$c'x(t^*) \to \max;$$

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x(t_*) = x_0; \quad x(t^*) \in X^*;$$

$$u(t) = \sum_{\vartheta \in T_h} \delta(t - \vartheta)v(\vartheta), \quad t \in T; \quad v(\vartheta) \in V, \quad \vartheta \in T_h.$$

Здесь $T = [t_*, t^*[$; $h = (t^* - t_*)/N$; $N > 1$ — натуральное число; $T_h = \{t_*, t_* + h, \ldots$ $\ldots, t^* - h\}$; $\delta(t)$, $t \in T$, — δ-функция Дирака; $A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $t \in T$, — кусочно-непрерывная функция; $B(t) \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $t \in T$, — непрерывная функция; $c, x_0 \in \mathbb{R}^n$;